

Soluzione dell'Esercizio 7.5

Nicola Gambino

24 Maggio 2010

Soluzione.

- (i) La relazione è irreflessiva (non vale $x \prec x$, visto che $x \prec x$ implicherebbe $x \neq x$), antisimmetrica (se x divide y e $x \neq y$, allora y non può dividere x), transitiva (se x divide y , $x \neq y$, y divide z e $y \neq z$, allora x divide z e $x \neq z$), ma non è tricotoma (per esempio, non vale né $3 \prec 4$, né $3 = 4$, né $4 \prec 3$, visto che 3 non divide 4 e 4 non divide 3).
- (ii) La relazione è irreflessiva (non vale $(x, x) \prec (x, x)$, altrimenti avremmo che $x < x$), antisimmetrica (se vale $(x_1, x_2) \prec (y_1, y_2)$ non vale $(y_1, y_2) \prec (x_1, x_2)$, altrimenti avremmo sia $x_1 < y_1$ che $x_2 < x_1$), transitiva (ovvio), ma non è tricotoma (per esempio, non vale né $(1, 3) \prec (2, 4)$, né $(1, 3) = (2, 4)$, né $(2, 4) \prec (1, 3)$).
- (iii) La relazione (ove $p \subset q$ va inteso come inclusione propria), è irreflessiva (visto che nessun insieme è contenuto propriamente in se stesso), antisimmetrica (se $p \subset q$ allora non può valere $q \subset p$, altrimenti avremmo $p = q$), transitiva (ovvio), ma non è tricotoma (per esempio, non vale né $\{1\} \subset \{2\}$, né $\{1\} = \{2\}$, né $\{2\} \subset \{1\}$).